

2016年医学部 第1問

1 以下の問いに答えよ。

- (1) ある大学で  $N$  人の学生が数学を受験した。その得点を  $x_1, x_2, \dots, x_N$  とする。平均値  $\bar{x}$  および分散  $s^2$  は各々

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N}$$

で与えられる。標準偏差  $s$  ( $> 0$ ) は

$$s = \sqrt{s^2}$$

となる。このとき  $x$  点を取った学生の**偏差値**は

$$t = 50 + 10 \times \frac{x - \bar{x}}{s}$$

で与えられる ( $x \in \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ )。偏差値は**無単位**であることに注意せよ。

Y 大学で  $N = 3n$  人の学生が数学を受験し、たまたま  $2n$  人の学生が  $a$  点、残りの  $n$  人の学生が  $b$  点を取ったとしよう。簡単にするために  $a < b$  とする。  $a$  点を取った学生および  $b$  点を取った学生の偏差値を求めよ。

- (2) 方程式

$$x^2 - 3y^2 = 13$$

の整数解を求める。簡単にするために  $x > 0, y > 0$  とする。まず

$$X = ax + by, \quad Y = cx + dy$$

とおく。  $a, b, c, d$  を自然数として、  $(X, Y)$  が再び方程式

$$X^2 - 3Y^2 = 13$$

を満たすための組  $(a, b, c, d)$  を1つ求めよ。

次に、解の組  $(x, y)$  で  $x > 500$  となる  $(x, y)$  を1つ求めよ。

- (3)  $n$  を自然数とする。漸化式

$$a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n - 6n = 0$$

$$a_1 = 1, a_2 = 1$$

で定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

- (4)  $n$  を0以上の整数とする。以下の不定積分を求めよ。

$$\int \left\{ -\frac{(\log x)^n}{x^2} \right\} dx = \sum_{k=0}^n \boxed{\phantom{000}}$$

ただし、積分定数は書かなくてよい。