山口東京理科大学

2016年B方式（前期）第3問

数理 石井

$\boxed{3}$ 次の式を展開したとき，$a^{5-k}b^k$ の項の係数を C_k とする．ただし，$k=0$，1，…，5とする．

$(5a+12b)^5$

(1) 係数 C_2 に対して，

$$\log_{10} C_2 = \underset{\boxed{タ}}{1} \log_{10} 2 + \underset{\boxed{チ}}{2} \log_{10} 3 + \underset{\boxed{ツ}}{4}$$

が成り立つ．

(2) 2つの係数 C_3，C_4 に対して，

$$\log_{10} C_4 - \log_{10} C_3 = \underset{\boxed{テ}}{2} \log_{10} 2 + \underset{\boxed{ト}}{1} \log_{10} 3 - \underset{\boxed{ナ}}{1}$$

が成り立つ．

(1) 二項定理より，　C_2 は a^3b^2 の係数である！

$$C_2 = 5^3 \cdot 12^2 \cdot {}_5C_2$$
$$= 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^4$$ ← 素因数分解した

$$\therefore \log_{10} C_2 = \log_{10} 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^4$$
$$= 5\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3 + 4\log_{10} 5$$

$\log_{10} 5 = \log_{10} \frac{10}{2}$
$= 1 - \log_{10} 2$

$$= 5\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3 + 4(1-\log_{10} 2)$$
$$= \underline{\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3 + 4}\ /\!/$$

(2) 二項定理より，

$$C_3 = 5^2 \cdot 12^3 \cdot {}_5C_3 = 2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^3, \quad C_4 = 5^1 \cdot 12^4 \cdot {}_5C_4 = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$$

$$\therefore \log_{10} C_4 - \log_{10} C_3 = \log_{10} \frac{C_4}{C_3}$$
$$= \log_{10} \frac{2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2}{2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^3}$$
$$= \log_{10} \frac{2\cdot 3}{5}$$
$$= \log_{10} 2 + \log_{10} 3 - \log_{10} 5$$

$\log_{10} 5 = \log_{10} \frac{10}{2} = 1 - \log_{10} 2$

$$= \log_{10} 2 + \log_{10} 3 - (1-\log_{10} 2)$$
$$= \underline{2\log_{10} 2 + \log_{10} 3 - 1}\ /\!/$$