



2016年 理学部（数理） 第4問

4  $n$  を自然数とし、 $t > 0$  とする。曲線  $y = x^n e^{-nx}$  と  $x$  軸および2直線  $x = t$ 、 $x = 2t$  で囲まれた図形の面積を  $S_n(t)$  とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 関数  $f(x) = xe^{-x}$  の極値を求めよ。
- (2)  $S_1(t)$  を  $t$  を用いて表せ。
- (3) 関数  $S_1(t)$  ( $t > 0$ ) の最大値を求めよ。
- (4)  $\frac{d}{dt} S_n(t)$  を求めよ。
- (5) 関数  $S_n(t)$  ( $t > 0$ ) が最大値をとるときの  $t$  の値  $t_n$  と極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n$  を求めよ。