0002223096777999

早稲田大学

2016年 スポーツ科学学部 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 正の定数aに対して，$f(x)=ax^3-(2a-1)x^2-(5a+1)x+6(a-1)$とする．関数$y=f(x)$のグラフは$x$軸とちょうど2つの共有点をもつ．これらの共有点のうち，x座標の値が大きい方の点の座標は（$\boxed{ス}$ 3，0）であり，$a=\dfrac{\boxed{セ}\ 1}{\boxed{ソ}\ 3}$である．また，$f(x)$が極小値をとるのは，$x=\dfrac{\boxed{タ}\ 4}{\boxed{チ}\ 3}$のときである．

$$f(-2)=-8a-4(2a-1)+2(5a+1)+6(a-1)$$
$$=-8a-8a+4+10a+2+6a-6$$
$$=0$$

$\therefore$ $f(x)$ は $x+2$ で割り切れる．

$$\begin{array}{r}
ax^2-(4a-1)x+3(a-1) \\
x+2\,\big)\,\overline{ax^3-(2a-1)x^2-(5a+1)x+6(a-1)} \\
ax^3+2ax^2 \\
\hline
-(4a-1)x^2-(5a+1)x \\
-(4a-1)x^2-2(4a-1)x \\
\hline
(3a-3)x+6(a-1) \\
(3a-3)x+6a-6 \\
\hline
0
\end{array}$$

$g(x)=ax^2-(4a-1)x+3(a-1)$ とおくと，

(i) $g(x)=0$ が $x=-2$ を解にもつとき

$g(-2)=15a-5=0$ $\therefore a=\frac{1}{3}$ これは $a>0$ をみたす

$f(x)=0$ の解は $x=-2$（重解），3 となり条件をみたす

(ii) $g(x)=0$ が重解をもつとき．

判別式 $D=(4a-1)^2-4a\cdot3(a-1)=0$

$\therefore (2a+1)^2=0$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$ $a>0$ であるから不適

(i)，(ii)より，x座標の値が大きい方の点の座標は．$\underline{(3,0)}$ //，$\underline{a=\frac{1}{3}}$ //

このとき．$f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{3}x^2-\frac{8}{3}x-4$ $\therefore f'(x)=(x-\frac{4}{3})(x+2)$

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	$\frac{4}{3}$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗		↘		↗
		極大		極小	

右の増減表より 極小値をとるのは．$\underline{x=\frac{4}{3}}$ //