

2016年教育第1問

1 次の各問の解答を記入せよ。

- (1) 正の整数 a に対して、ある整数 b が存在して $63a - 32b = 1$ を満たすとする。 a はこのような性質を満たす正の整数のうちで最小のものであるとする。このとき ab の値を求めよ。
- (2) 3個のさいころを同時に投げたとき、出た目すべての積が4の倍数となる確率を求めよ。
- (3) $a_1 = a_2 = 1$, $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とし、

$$b_n = \sum_{k=1}^n a_k \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とおく。 b_1 から b_{2016} までの2016個の整数のうち3の倍数であるものは全部で何個あるか。

- (4) $y = f(x)$ は $0 \leq x \leq 1$ で定義された連続な関数で $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ であり、 $0 \leq x_1 < x_2 \leq 1$ であるすべての x_1, x_2 に対して $f(x_1) < f(x_2)$ を満たしているとする。 $x = g(y)$ を $0 \leq y \leq 1$ で定義された f の逆関数とする。

$$5 \int_0^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 g(y) dy$$

が成立しているとき $\int_0^1 f(x) dx$ の値を求めよ。