

2016年 政治経済学部 第4問

4 以下の問に答えよ。

(1) 次の空欄にあてはまる式または数を記入せよ。

半径1の円Oに内接する長方形ABCDがある。角OABを $x$  ( $0 < x < \frac{\pi}{2}$ )とすると、長方形ABCDの面積は  となる。したがって、 $x =$   のとき最大面積  をとる。

(2) 半径1の円Oに内接する $n$ 角形 $A_1A_2 \cdots A_n$ の内角

$$A_k A_{k+1} A_{k+2} \quad (k = 1, 2, \dots, n, n \geq 3; \text{ただし, } A_{n+1} = A_1, A_{n+2} = A_2)$$

がすべて $\alpha$  ( $0 < \alpha < \pi$ )に等しいとする。このとき、次の問に答えよ。

- (i)  $a_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ )は弧 $A_k A_{k+1}$ の長さを表すとす。角 $OA_k A_{k+1} = \theta_k$  ( $0 < \theta_k < \frac{\pi}{2}$ )とおくとき、 $a_k$ ,  $a_{k+1}$  および  $a_k + a_{k+1}$  を、 $\theta_k$ ,  $\alpha$ を用いて表せ。
- (ii)  $n$ が奇数のとき、 $n$ 角形 $A_1 A_2 \cdots A_n$ は正 $n$ 角形となることを示せ。
- (iii)  $n$ が偶数のとき、 $\theta_1 = \theta_3 = \cdots = \theta_{n-1}$ を示せ。さらに、その等しい角を $\theta$ とおいて、 $n$ 角形 $A_1 A_2 \cdots A_n$ の面積 $S_n(\theta)$ を $\alpha$ ,  $\theta$ を用いて表せ。
- (iv)  $\alpha$ を $n$ の式で表し、(iii)における $S_n(\theta)$ の最大値とそのときの $\theta$ を $n$ の式で表せ。

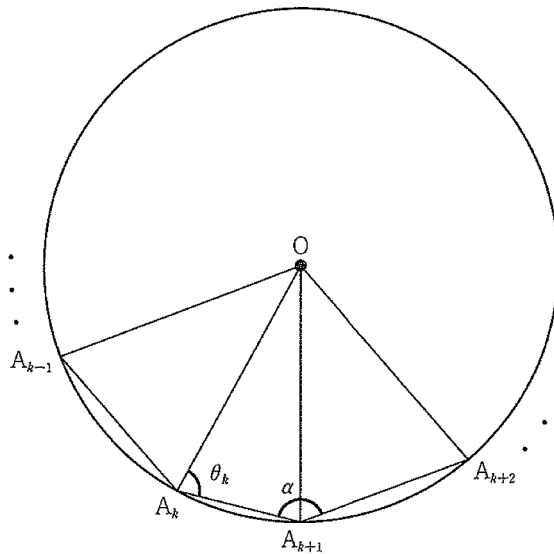


図2