

2015年 人間科学学部 (文系) 第5問

5 直線

$$l: x \sin \theta + y \cos \theta = 1 \quad \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$$

に接する4つの円を考える.

$x \sin \theta + y \cos \theta < 1$  の領域で2つの円は互いに接しており, そのうち1つの円は直線  $l$  と  $x$  軸に, もう一方の円は直線  $l$  と  $y$  軸に接している. これらの円の半径はいずれも  $r_1$  である. このとき

$$r_1 = \frac{1}{\boxed{\text{ソ}} t^2 + \boxed{\text{タ}} t} \quad (\text{ただし } t = \sin \theta + \cos \theta)$$

となる.

残りの2つの円は,  $x \sin \theta + y \cos \theta > 1$  の領域で互いに接しており, そのうち1つの円は直線  $l$  と  $x$  軸に, もう一方の円は直線  $l$  と  $y$  軸に接している. これらの円の半径はいずれも  $r_2$  である. このとき

$$r_2 = \frac{1}{\boxed{\text{チ}} t^2 + \boxed{\text{ツ}} t + \boxed{\text{テ}}}$$

となる.

したがって

$$\boxed{\text{ト}} < \frac{r_1}{r_2} \leq \sqrt{\boxed{\text{ナ}}} + \boxed{\text{ニ}}$$

である.