

2015年 基幹理工・創造理工・先進理工 第4問

4  $N$  を3以上の自然数とする. 1から  $N$  までの数字が書かれた  $N$  枚のカードを用意し, AとBの二人で次のようなゲームを行う. まずAは, 1から  $N$  までの数のうちから一つ選びそれを  $K$  とし, その数はBに知らせずにおく. その後, 以下の試行を何度も繰り返す.

Bは  $N$  枚のカードから無作為に一枚引いてAにその数を伝え, Aは引かれた数字が  $K$  より大きければ「上」,  $K$  以下であれば「以下」とBに答え, Bはその答から  $K$  の範囲を絞り込む. 引いたカードは元へ戻す.

このとき,  $n$  回以下の試行でBが  $K$  を確定できる確率を  $P_N(n)$  で表す. 次の問に答えよ.

- (1)  $K = 1$  のとき,  $P_3(1)$ ,  $P_3(2)$ ,  $P_3(3)$  を求めよ.
- (2)  $K = 2$  のとき,  $P_3(1)$ ,  $P_3(2)$ ,  $P_3(3)$  を求めよ.
- (3)  $K = 1, 2, \dots, N$  について  $P_N(n)$  を求めよ.
- (4) 自然数  $c$  に対して, 極限值  $\lim_{N \rightarrow \infty} P_N(cN)$  を求めよ.