



2016年 理学部（数） 第4問

4  $\alpha$  を絶対値が1の複素数とし、等式  $z = \alpha^2 \bar{z}$  を満たす複素数  $z$  の表す複素数平面上の図形を  $S$  とする。ただし、 $\bar{z}$  は  $z$  と共役な複素数を表す。このとき、次の各問に答えよ。

- (1)  $z = \alpha^2 \bar{z}$  が成り立つことと、 $\frac{z}{\alpha}$  が実数であることは同値であることを証明せよ。また、このことを用いて、図形  $S$  は原点を通る直線であることを示せ。
- (2) 複素数平面上の点  $P(w)$  を直線  $S$  に関して対称移動した点を  $Q(w')$  とする。このとき、 $w'$  を  $w$  と  $\alpha$  を用いて表せ。