



2016年第1問

1  $k$  を実数とする.  $xy$  平面の曲線  $C_1: y = x^2$  と  $C_2: y = -x^2 + 2kx + 1 - k^2$  が異なる共有点  $P, Q$  を持つとする. ただし点  $P, Q$  の  $x$  座標は正であるとする. また, 原点を  $O$  とする.

- (1)  $k$  のとりうる値の範囲を求めよ.
- (2)  $k$  が(1)の範囲を動くとき,  $\triangle OPQ$  の重心  $G$  の軌跡を求めよ.
- (3)  $\triangle OPQ$  の面積を  $S$  とするとき,  $S^2$  を  $k$  を用いて表せ.
- (4)  $k$  が(1)の範囲を動くとする.  $\triangle OPQ$  の面積が最大となるような  $k$  の値と, そのときの重心  $G$  の座標を求めよ.