



2015年第4問

4 $f(x) = \log(e^x + e^{-x})$ とおく. 曲線 $y = f(x)$ の点 $(t, f(t))$ における接線を l とする. 直線 l と y 軸の交点の y 座標を $b(t)$ とおく.

(1) 次の等式を示せ.

$$b(t) = \frac{2te^{-t}}{e^t + e^{-t}} + \log(1 + e^{-2t})$$

(2) $x \geq 0$ のとき, $\log(1 + x) \leq x$ であることを示せ.

(3) $t \geq 0$ のとき,

$$b(t) \leq \frac{2}{e^t + e^{-t}} + e^{-2t}$$

であることを示せ.

(4) $b(0) = \lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x \frac{4t}{(e^t + e^{-t})^2} dt$ であることを示せ.