



2016年第5問

5  $\triangle PQR$  において  $\angle RPQ = \theta$ ,  $\angle PQR = \frac{\pi}{2}$  とする. 点  $P_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を次で定める.

$$P_1 = P, \quad P_2 = Q, \quad P_n P_{n+2} = P_n P_{n+1}$$

ただし, 点  $P_{n+2}$  は線分  $P_n R$  上にあるものとする. 実数  $\theta_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を

$$\theta_n = \angle P_{n+1} P_n P_{n+2} \quad (0 < \theta_n < \pi)$$

で定める.

(1)  $\theta_2, \theta_3$  を  $\theta$  を用いて表せ.

(2)  $\theta_{n+1} + \frac{\theta_n}{2}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) は  $n$  によらない定数であることを示せ.

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \theta_n$  を求めよ.

