

2015年工学部第2問

2 図1が示すように、平面上に互いに異なる5点O, A, B, C, Dがある。ただし、Oは原点であり、他の4点の位置ベクトルを $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$, $\vec{d} = \overrightarrow{OD}$ とする。媒介変数 t ($0 \leq t \leq 1$) を用いて、線分 AB, BC, CD を $t:1-t$ に内分する点をそれぞれ E, F, G とする。同様に、線分 EF, FG を $t:1-t$ に内分する点をそれぞれ H, I とする。さらに、線分 HI を $t:1-t$ に内分する点を J とし、 t が0から1まで変化するときの点 J の軌跡を曲線 K とする (図1参照)。以下の問いに答えよ。

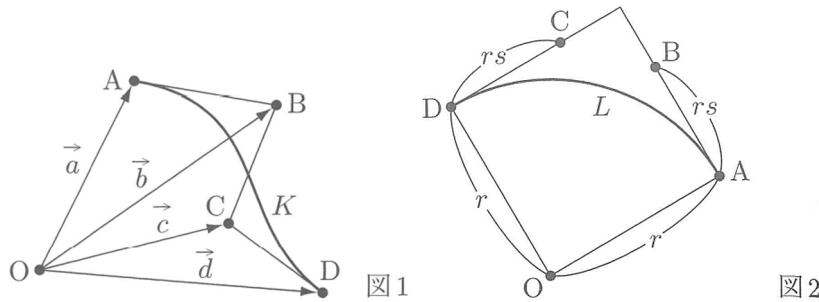


図1

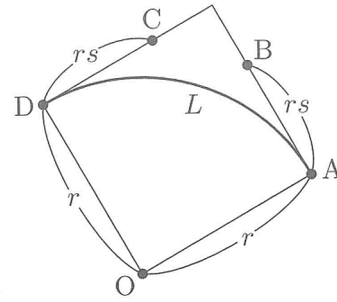


図2

- (1) \vec{a} , \vec{b} および t を用いて位置ベクトル \overrightarrow{OE} を表せ.
- (2) \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} および t を用いて位置ベクトル \overrightarrow{OJ} を表せ.
- (3) 特殊な条件として、一辺が r の正方形上に図2に示すように点 O, A, B, C, D を配置する。さらに、中心が O で端点を A, D とする円弧を L とする。線分 AB と線分 CD の長さはともに半径 r の s 倍 ($0 \leq s \leq 1$) である。このとき、 \vec{a} , \vec{d} および s を用いてベクトル \overrightarrow{AB} , \vec{b} , \vec{c} を表せ.
- (4) (3)において、 $t = \frac{1}{2}$ のときの点 J に対応する点を特に点 M とするとき、点 M が円弧 L 上にあるための条件を s の値で示せ.