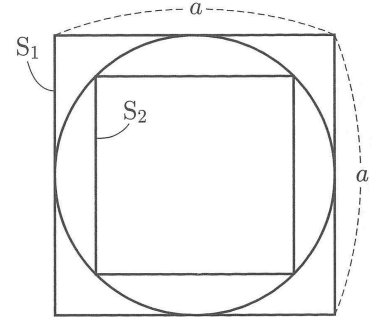


2016年工学部第1問

1 1辺の長さが a の正方形 S_1 に内接する円を描き、この円に内接する正方形 S_2 を描いて、正方形 S_1 から正方形 S_2 を除いた領域 B_1 を黒く塗る。次に正方形 S_2 に内接する円を描き、この円に内接する正方形 S_3 を描いて、正方形 S_2 から正方形 S_3 を除いた領域 W_1 を白く塗る。同様に m 番目の正方形 S_m の内接円に内接する正方形 S_{m+1} を描き、正方形 S_m から正方形 S_{m+1} を除いた領域を黒、白、黒、白と交互に塗ることを繰り返す。ただし、 m は自然数であるとする。以下の問いに答えよ。



- (1) S_1 から S_2 を除いた黒い領域 B_1 の面積を a を用いて表せ。
- (2) S_2 から S_3 を除いた白い領域 W_1 の面積を a を用いて表せ。
- (3) 1番目の黒い領域 B_1 から n 番目の黒い領域 B_n までの面積の和を a と n を用いて表せ。ただし、 n は自然数であるとする。
- (4) 黒い領域 B_1 から B_n までの面積の和において、 $n \rightarrow \infty$ としたときの極限 P を a を用いて表せ。
- (5) 1番目の白い領域 W_1 から n 番目の白い領域 W_n までの面積の和を求め、 $n \rightarrow \infty$ としたときの極限 Q を a を用いて表せ。次に $\frac{P}{Q}$ の値を求めよ。