

2016年文系第3問

3 関数  $f(x) = x^2 - 6x + \int_0^x (t^2 - 6t + 9) dt$  の増減を調べ極値を求めよ.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x - 6 + x^2 - 6x + 9 \\ &= x^2 - 4x + 3 \\ &= (x-1)(x-3) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} f(1) &= 1 - 6 + \int_0^1 (t-3)^2 dt \\ &= -5 + \left[ \frac{1}{3}(t-3)^3 \right]_0^1 \\ &= -5 - \frac{8}{3} + 9 \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(3) &= 9 - 18 + \int_0^3 (t-3)^2 dt \\ &= -9 + \left[ \frac{1}{3}(t-3)^3 \right]_0^3 \\ &= -9 + 0 + 9 \\ &= 0 \end{aligned}$$

∴ 増減表は石のようになる。

∴ 極大値  $\frac{4}{3}$  ( $x=1$  のとき), 極小値  $0$  ( $x=3$  のとき) //

$x$	...	1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$\frac{4}{3}$	↘	0	↗

極大    極小