2016年 文系 第6問

$\boxed{6}$ 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 3a_n + 2n$ で表されるとき，次の問いに答えよ．

(1) a_1 と a_2 を求めよ．

(2) a_n を n の式で表せ．

(1) $a_1 = S_1 = 3a_1 + 2\cdot 1$ よって，$\underline{a_1 = -1}$ //

$S_2 = a_1 + a_2$ より，$3\cdot a_2 + 4 = -1 + a_2$ $\therefore \underline{a_2 = -\frac{5}{2}}$ //

(2) $n \geqq 2$ のとき．

$S_{n-1} = 3a_{n-1} + 2(n-1) \cdots ①$

$S_n = 3a_n + 2n \cdots ②$

②−① より，$S_n - S_{n-1} = 3a_n - 3a_{n-1} + 2$

$\therefore a_n = 3a_n - 3a_{n-1} + 2$

$a_n = \frac{3}{2}a_{n-1} - 1$

$\therefore a_n - 2 = \frac{3}{2}(a_{n-1} - 2)$

$\therefore$ 数列 $\{a_n - 2\}$ は初項 $a_1 - 2 = -3$，公比 $\frac{3}{2}$ の等比数列

よって，$a_n - 2 = -3\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

$\therefore \underline{a_n = 2 - 3\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}}$ // → $a_n = 2\left\{1 - \left(\frac{3}{2}\right)^n\right\}$ でもよい