0002145904587999

島根県立大学

2015年 総合政策 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 次の問いに答えなさい．

(1) 等式 $f(x)-3f'(x)=(x+3)(x-3)$ を満たす2次関数 $f(x)$ を求めなさい．

(2) $0 \leqq x \leqq 4$ の範囲において，$x=3$ のとき最小値12をとり，最大値が21である2次関数 $g(x)$ を求めなさい．

(3) 上記(1)と(2)で求めた2次関数 $f(x)$，$g(x)$ のグラフをそれぞれ C_1，C_2 とする．このとき，C_1，C_2 の両方に接する直線と C_1，C_2 で囲まれた部分の面積を求めなさい．

(1) $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ とおくと，

(左辺) $= ax^2+bx+c-3(2ax+b)$　　(右辺) $= x^2-9$

$= ax^2+(b-6a)x+c-3b$

∴ 係数を比較して，$a=1$，$b-6a=0$，$c-3b=-9$

∴ $a=1$, $b=6$, $c=9$　　∴ $\underline{f(x)=x^2+6x+9}$ //

(2) $x=3$ のとき最小値をとるので，$y=g(x)$ は下に凸の放物線

∴ $x=0$ のとき最大値をとる．

∴ $g(x)=p(x-3)^2+12$　$(p>0)$ とおくと．$g(0)=21$ より．$9p+12=21$　∴ $p=1$

∴ $\underline{g(x)=x^2-6x+21}$ //

(3) 両方に接する直線を $y=ax+b$ とおくと．

$f(x)-(ax+b)=x^2+(6-a)x+9-b=0$ の判別式を D_1 とおくと．

$D_1=(6-a)^2-4(9-b)=0$　　∴ $a^2-12a+4b=0\cdots$①

$g(x)-(ax+b)=x^2-(6+a)x+21-b=0$ の判別式を D_2 とおくと

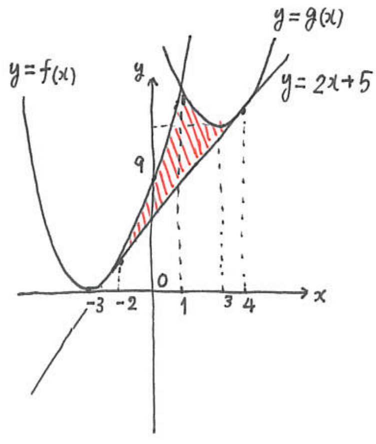
$D_2=(a+6)^2-4(21-b)=0$　　∴ $a^2+12a+4b=48\cdots$②

①，②より，$a=2$，$b=5$

このとき．C_1 と直線の接点の x 座標は．-2

C_2 と 〃　，4

C_1 と C_2 の交点の x 座標は．1



$$\therefore S=\int_{-2}^{1}(x+2)^2dx+\int_{1}^{4}(x-4)^2dx=\left[\frac{(x+2)^3}{3}\right]_{-2}^{1}+\left[\frac{(x-4)^3}{3}\right]_{1}^{4}=\underline{18}\ //$$