

2010年都市教養（文系）第3問

3 実数  $a, b, c, d$  に対し  $x$  の3次の整式  $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  を考える。ただし、 $ad \neq 0$  とする。方程式  $P(x) = 0$  の3つの解を  $\alpha, \beta, \gamma$  とすると  $P(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$  であることが知られている。このとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) 積  $\alpha\beta\gamma$ , 和  $\alpha + \beta + \gamma$ ,  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$  を、それぞれ  $a, b, c, d$  を用いて表しなさい。
- (2) もし  $\alpha$  が実数でないならば、方程式  $P(x) = 0$  は  $\alpha$  の共役な複素数  $\bar{\alpha}$  を解に持つことを証明しなさい。
- (3) 解  $\alpha, \beta, \gamma$  のうち実数となるものの個数は0, 1, 2, 3のどれか、考えられる可能性をすべて、理由も述べて答えなさい。
- (4) もし  $ad > 0$  ならば、解  $\alpha, \beta, \gamma$  のうち正の実数となるものの個数は0, 1, 2, 3のどれか、考えられる可能性をすべて、理由も述べて答えなさい。