



2015年 理学部 (数) 第4問

4 i を虚数単位, r を 1 より大きい実数とし, $w = r \left(\cos \frac{\pi}{24} + i \sin \frac{\pi}{24} \right)$ とおく. また, 数列 $\{z_n\}$ を次の式で定める.

$$z_1 = w, \quad z_{n+1} = z_n w^{n+2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) z_2 を r を用いて表せ.
- (2) z_n の偏角の 1 つを n を用いて表せ.
- (3) 複素数平面で原点を O , z_n で表される点を P_n とする. $7 \leq n \leq 48$ のとき, $\triangle P_n O P_{n+1}$ が $\angle O = \frac{\pi}{3}$ を満たす直角三角形となるような n と r をそれぞれ求めよ. また, そのときの z_n の偏角 θ を $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で求めよ.