



2010年理系第5問

5 4で割ると余りが1である自然数全体の集合を A とする。すなわち,

$$A = \{4k + 1 \mid k \text{ は } 0 \text{ 以上の整数}\}$$

とする。次の問いに答えよ。

- (1) x および y が A に属するならば, その積 xy も A に属することを証明せよ。
- (2) 0以上の偶数 m に対して, 3^m は A に属することを証明せよ。
- (3) m, n を 0以上の整数とする。 $m + n$ が偶数ならば $3^m 7^n$ は A に属し, $m + n$ が奇数ならば $3^m 7^n$ は A に属さないことを証明せよ。
- (4) m, n を 0以上の整数とする。 $3^{2m+1} 7^{2n+1}$ の正の約数のうち A に属する数全体の和を m と n を用いて表せ。