

2010年 工学科学 第2問

2 n は 2 以上の自然数とする。1つの袋と1つの箱がある。袋には白玉3個と赤玉2個が入っており、箱には何も入っていない。次の操作を考える。

袋から玉を1個取り出し、白玉なら袋に戻し、赤玉なら箱に入れる。

この操作を n 回繰り返す。 n 回目の操作の後、箱に入っている赤玉の個数を X とする。

- (1) k を n 以下の自然数とする。 k 回目の操作では赤玉を取り出し k 回目以外の $n-1$ 回の操作では白玉を取り出す確率を n と k を用いて表せ。次に、 $X=1$ である確率 p_n を求めよ。
- (2) $X=2$ である確率 q_n を求めよ。
- (3) X の期待値 E_n を求めよ。また、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log(2 - E_n)$ を求めよ。