0002306183967999

龍谷大学

2016年 理系 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい．

(1) 実数 α，β は，$\begin{cases} \sin\alpha+\sin\beta=0 \\ \cos\alpha+\cos\beta=1 \end{cases}$ を満たしている．$\cos(\alpha-\beta)$ を求めなさい．

(2) 次の不等式が表す領域を座標平面上に図示しなさい．

$$(4x^2+9y^2-36)(4x^2-27y)>0$$

(3) 2つのさいころを同時に投げる．出る目の数の積を n とし，直線 $3x+5y=n$ と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ $(a,\ 0)$，$(0,\ b)$ とする．a と b がどちらも自然数となる確率を求めなさい．

(1) $\sin\alpha+\sin\beta=0$ の両辺を2乗して，$\sin^2\alpha+2\sin\alpha\sin\beta+\sin^2\beta=0$ …①

$\cos\alpha+\cos\beta=1$ の両辺を2乗して，$\cos^2\alpha+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta=1$ …②

①＋②より，$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)+\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$

よって，$1+2\cos(\alpha-\beta)+1=1$

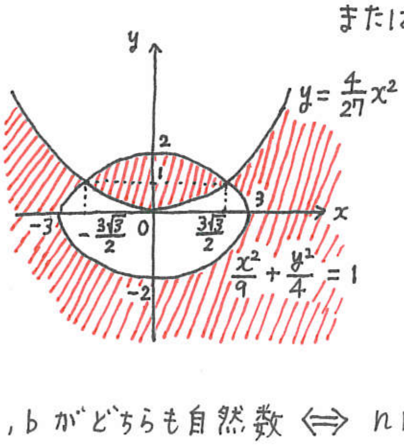
$\therefore\ \underline{\cos(\alpha-\beta)=-\frac{1}{2}}$ //

(2) (与えられた不等式) $\iff (4x^2+9y^2-36>0$ かつ $4x^2-27y>0)$

または $(4x^2+9y^2-36<0$ かつ $4x^2-27y<0)$

$\iff \left(\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{2^2}>1\right.$ かつ $\left.y<\frac{4}{27}x^2\right)$

または $\left(\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{2^2}<1\right.$ かつ $\left.y>\frac{4}{27}x^2\right)$



$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ に $x^2=\frac{27}{4}y$ を代入して交点を求めると，

$\left(\pm\frac{3\sqrt{3}}{2},\ 1\right)$

$\therefore$ 求める領域は左図の斜線部分

(ただし，境界線は含まない)

(3) a,b がどちらも自然数 $\iff$ n は15の倍数

$\therefore$ 出る目の組は $(3,5)$，$(5,3)$，$(6,5)$，$(5,6)$ の4通り

$\therefore\ \frac{4}{36}=\underline{\frac{1}{9}}$ //