

2015年法・経済（経済政策）第1問

1 枚目 / 2 枚.

1 次の空欄 ~ に当てはまる数または式を記入せよ。

- (1) ベクトル \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} が、 $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=2$, $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{13}$, $|\vec{c}|=|\vec{a}-t\vec{b}|$ の関係を満たすとき、 $|\vec{c}|$ の最小値は である。ただし、 t は実数とする。
- (2) 整式 $f(x)$ を $x+5$ で割ると余りが -11 , $(x+2)^2$ で割ると余りが $x+3$ となる。このとき、 $f(x)$ を $(x+5)(x+2)^2$ で割ると余りは である。
- (3) 全体集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A , B について、 $\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 3\}$, $A \cup \overline{B} = \{1, 2, 3, 6, 7, 8\}$ であるとき、集合 $A =$ である。ただし、 \overline{A} は A の補集合、 \overline{B} は B の補集合とする。
- (4) さいころを 4 回投げるとき、偶数の目がちょうど 2 回出る確率は である。
- (5) ある細菌は 1 時間毎に分裂して個数が 2 倍になる。最初に 10 個あるとき、100 万個を初めて超えるのは 時間後である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.301$ とし、整数で答えよ。
- (6) 複素数 $z = a + i$ について、 z^4 が実数となるとき、 z^4 のとりうる値は である。ただし、 a は実数であり、 i は虚数単位とする。
- (7) 関数 $f(x)$ が $f'(x) = 3x + 2$ と $\int_0^2 f(x) dx = 4$ をともに満たすとき、 $f(x) =$ である。
- (8) $\sum_{k=1}^{25} (2k-1)^2$ の値は である。

$$(1) |\vec{a}-\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 \text{ より, } 13 = 25 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 4 \quad \therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = 8$$

$$|\vec{c}|^2 = |\vec{a}-t\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 2t\vec{a} \cdot \vec{b} + t^2|\vec{b}|^2 = 4t^2 - 16t + 25 = 4(t-2)^2 + 9$$

$\therefore |\vec{c}|$ の最小値は 3 //

$$(2) f(x) = (x+5)P(x) - 11 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$f(x) = (x+2)^2 Q(x) + x + 3 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$f(x) = (x+5)(x+2)^2 R(x) + ax^2 + bx + c \text{ とおくと } \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{3} \text{ より, } f(-5) = 25a - 5b + c = -11 \quad \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ より, } f(-2) = 4a - 2b + c = 1 \quad \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ より, } b = 7a + 4, c = 10a + 9$$

$$\textcircled{3} \text{ に代入して, } f(x) = (x+5)(x+2)^2 R(x) + ax^2 + (7a+4)x + 10a+9$$

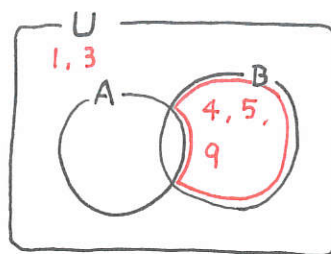
$$\text{余りの部分は, } ax^2 + (7a+4)x + 10a+9 = a(x+2)^2 + (3a+4)x + 6a+9 \text{ となるので}$$

$$\textcircled{2} \text{ と比べて } 3a+4 = 1, 6a+9 = 3 \quad \therefore a = -1, b = -3, c = -1$$

$$\therefore \text{余りは, } \underline{-x^2 - 3x - 1} //$$

(3) 右の図より.

$$\underline{A = \{2, 6, 7, 8\}}$$

数理
石井K

$$(4) \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 4C_2 = \underline{\frac{3}{8}}$$

$$(5) 10 \cdot 2^n > 10^6$$

$$\therefore 2^n > 10^5$$

対数をとって. $n \log_{10} 2 > 5$

$$\therefore n > \frac{5}{\log_{10} 2} = \frac{5}{0.301} \doteq 16.6 \quad \therefore \underline{17 \text{ 時間後}}$$

$$(6) z^4 = (a+bi)^4$$

$$= a^4 + 4a^3bi - 6a^2b^2 - 4ab^3i + b^4$$

$$= (a^4 - 6a^2b^2 + b^4) + 4a(a^2 - b^2)bi$$

 $\therefore z^4$: 実数より. $a = 0, \pm 1 \quad \therefore z$ のとる値は. $\underline{z = 1, -1}$

$$(7) f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x + c \text{ と表せるので}$$

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 \left(\frac{3}{2}x^2 + 2x + c \right) dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}x^3 + x^2 + cx \right]_0^2$$

$$= 2c + 8$$

$$\therefore 2c + 8 = 4 \quad \therefore c = -2 \quad \therefore \underline{f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x - 2}$$

$$(8) \sum_{k=1}^{25} (2k-1)^2 = 4 \sum_{k=1}^{25} k^2 - 4 \sum_{k=1}^{25} k + \sum_{k=1}^{25} 1$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot 25 \cdot 26 \cdot 51 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 26 + 25$$

$$= \underline{20825}$$