

2016年 教育学部 第4問

4 数列  $\{a_n\}$  を  $a_1 = a_2 = 1$ ,  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) によって定める. また  $\alpha$  を  $\alpha = 1 + \frac{1}{\alpha}$  を満たす正の実数とする. 次の各問いに答えよ.

- (1) 数列  $\{b_n\}$  を  $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$  で定める.  $b_{n+1}$  を  $b_n$  を用いて表せ.
- (2)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して  $b_n \geq 1$  となることを示せ.
- (3)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して  $|b_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{\alpha} |b_n - \alpha|$  となることを示せ.
- (4)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して  $|b_n - \alpha| \leq \frac{1}{\alpha^n}$  となることを示せ.