

大阪薬科大学

数理
石井K

2012年薬学部第1問

1 次の問いに答えなさい。 **真**

- (1) 自然数 m, n に対し、命題「 $m^2 + n^2$ が偶数ならば、 $m + n$ は偶数である」が真ならば「真」と、偽ならば反例を **A** に記入しなさい。
- (2) $2^x = 5^y = 100$ のとき、 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} =$ **B** となる。
- (3) xy 座標平面において、円 $x^2 + y^2 = 3$ と直線 $x + y = 1$ の2つの交点を結ぶ線分の長さは、**C** である。
- (4) 数直線上を動く点 P が原点 O にある。表と裏が等しい確率で出るコインを投げ、表が出ると正方向に1だけ進み、裏が出ると負方向に1だけ進むことを繰り返す。コインを10回投げるとき、 P の座標が -6 となる確率は、**D** である。
- (5) 方程式 $x^3 - 3x^2 - 9x - a = 0$ が異なる3つの実数解を持つとき、定数 a が満たさなければならない条件を **あ** で求めなさい。

$-27 < a < 5$

(1)

$m \setminus n$	偶	奇
偶	偶	奇
奇	奇	偶

$m^2 + n^2$ の偶奇

$m \setminus n$	偶	奇
偶	偶	奇
奇	奇	偶

$m + n$ の偶奇

左の表より、 $m^2 + n^2 \Rightarrow m + n$ が偶奇

よって **真**

(\Leftarrow も成り立つ)

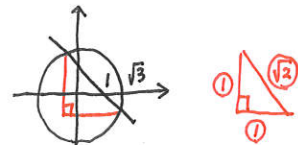
(2) $2^x = 100$ より、 $x = \log_2 100$, $5^y = 100$ より $y = \log_5 100$

$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{\log_2 100} + \frac{1}{\log_5 100} = \frac{1}{\log_2 100} + \frac{\log_2 5}{\log_2 100} = \frac{\log_2 10}{\log_2 100} = \frac{\log_2 10}{2 \log_2 10}$

$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$

(3) $x^2 + (1-x)^2 = 3 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$

\therefore 交点の x 座標は $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \therefore \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} - \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) \times \sqrt{2} = \sqrt{10}$



(4) 表が x 回、裏が $10-x$ 回出たとすると、 P の座標は、 $x - (10-x) = -6$

$\therefore x = 2 \therefore$ 確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 \cdot 10C2 = \frac{45}{1024}$

(5) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ とおいて、 $y = f(x)$ と $y = a$ のグラフの交点、が異なる3点であれば

よ、 $\therefore f(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x-3)(x+1)$

増減表より、 $-27 < a < 5$

