

2015年工学部第1問



1 次の空所を埋めよ。

- (1) 2次方程式 $x^2 - x + k = 0$ が異なる2つの正の実数 m と m^2 を解にもつとき、実数 m , k の値は、 $m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ (ア), $k = \sqrt{5}-2$ (イ) である。
- (2) $f(x) = 2\sin x \cos x + \sqrt{3}\cos 2x$ とする。このとき、 $f(x) = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ (ウ) である。ただし、 $0 \leq \text{ウ} < 2\pi$ とする。また、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき、 $f(x)$ の最小値 m は、 $m = -\sqrt{3}$ (エ) である。
- (3) $3^a = 2$, $8^b = 9$ のとき、 $a = \log_3 2$ (オ) であり、積 ab の値を対数を用いずに表すと、 $ab = \frac{2}{3}$ (カ) である。
- (4) ①, ②, ③, ④ の4枚のカードのうち、3枚を並べて3桁の整数をつくる時、つくられる整数は全部で 12 (キ) 個ある。また、①, ②, ③, ④, ⑤ の5枚のカードのうち、4枚を並べて4桁の整数をつくる時、つくられる整数は全部で 48 (ク) 個ある。

(1) 解と係数の関係より、 $m+m^2=1 \dots \text{①}$, $m^3=k \dots \text{②}$

$$\text{①より、} m^2+m-1=0 \quad \therefore m>0 \text{より、} m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

$$m^2 = -m+1 \text{より} \quad m^2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore \text{②より、} k = m^2 \cdot m = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{-1+\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}-2$$

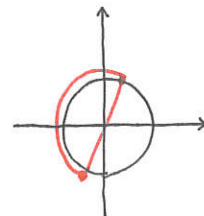
(2) $f(x) = \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x$

$$= 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$$

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{のとき、} \frac{\pi}{3} \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{4}{3}\pi$$

$$\therefore 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{4}{3}\pi \text{ すなわち } x = \frac{\pi}{2} \text{ のとき } f(x) \text{ は最小値}$$

$$m = 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\sqrt{3}$$

(3) $3^a = 2$ より、両辺底が3の対数をとって、 $a = \log_3 2$ 同様に、 $b = \log_8 9$

$$\therefore ab = \log_3 2 \cdot \log_8 9 = \log_3 2 \cdot \frac{\log_3 9}{\log_3 8} = \log_3 2 \cdot \frac{2}{3\log_3 2} = \frac{2}{3}$$

(4) 3桁の整数は、(i) 1を1枚だけ使うものが $3! = 6$ 個、(ii) 1を2枚使うものが6個 \therefore あわせて、12個4桁の整数は、(i) 0を使わないものが $\frac{4!}{2!} = 12$ 個、(ii) 0, 1, 2, 3 を使うものが $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18$ 個。

(iii) 0, 1, 1, 2 を使うものが9個、(iv) 0, 1, 1, 3 を使うものが9個。

あわせて、48個