



2014年教育文化（理系）第5問

5 座標平面において、 x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点という。 n を自然数とし、放物線 $y = x^2$ 、直線 $x = n$ および x 軸で囲まれた図形を S_n とする。 S_n の境界上にある格子点の個数を a_n とし、 S_n の境界を除いた内部にある格子点の個数を b_n とすると、次の各問に答えよ。

- (1) a_n を、 n を用いて表せ。
- (2) b_n を、 n を用いて表せ。
- (3) S_n の面積を c_n とすると、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\frac{a_n}{2} + b_n - c_n \right)$ を求めよ。