

2015年 理学部 第3問

3 座標平面上に点  $A(a^3, b^3)$  がある。ただし、 $a > 0, b > 0$  とする。点  $A$  を通る直線  $l$  が  $x$  軸、 $y$  軸の正の部分と交わり、それぞれの交点を  $P, Q$  とする。直線  $l$  が  $x$  軸となす鋭角を  $\theta$  とし、線分  $PQ$  の長さを  $f(\theta)$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $f(\theta)$  を  $a, b, \sin \theta, \cos \theta$  を用いて表せ。

(2)  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  のとき、 $f(\theta)$  が最小となる  $\theta$  の値を  $\alpha$  とおく。  $\tan \alpha$  と  $f(\alpha)$  をそれぞれ  $a, b$  を用いて表せ。