

2016年医学部第1問

1 次の各問いに答えよ。

(1) 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB = 1 + \sqrt{3}$ 、 $BC = CD$ 、 $DA = 2$ 、また  $\angle DAB = 60^\circ$  である。四角形 ABCD の対角線の交点を P、 $\angle BCD$  の二等分線と辺 AB との交点を Q、BD と CQ の交点を R とするとき、以下の各問いに答えよ。なお数値の分母は有理化すること。

(i) 辺 BD の長さを求めよ。

(ii)  $\angle ABD$  の大きさを求めよ。

(iii) 辺 BP の長さを求めよ。

(iv) 三角形 PQR の内接円の半径を求めよ。

(2) 自然数  $n$  に対して、 $n$  を 3 で割った余りを  $a_n$ 、 $n^2$  を 3 で割った余りを  $b_n$  とするとき、以下の各問いに答えよ。

(i)  $\sum_{n=1}^{2016} (a_n + b_n)$  の値を求めよ。(ii)  $\sum_{n=1}^m (a_{n+2} + b_{n+1} + 2a_n) = 2016$  を満たす自然数  $m$  の値を求めよ。

(3) O を原点とする座標平面上に、次のような双曲線  $C$  と直線  $l_k$  ( $k$  は実数の定数) が与えられているとき、以下の各問いに答えよ。

$$C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = -1 \quad l_k: 3x - 4y + k = 0$$

(i)  $C$  と  $l_k$  が接するような  $k$  の値を求めよ。(ii)  $C$  上の点と直線  $l_0: 3x - 4y = 0$  の距離の最小値を求めよ。