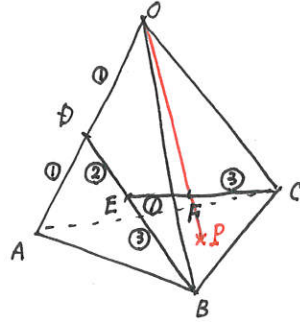


2014年 芸術工学部 第1問


 数理  
石井K

1 次の問いに答えよ。

- (1) 四面体OABCにおいて、辺OAを1:1に内分する点をD、線分BDを3:2に内分する点をE、線分CEを3:1に内分する点をF、直線OFと平面ABCの交点をPとする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$ とするとき、 $\vec{OP}$ を $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ で表せ。
- (2)  $\sqrt{x^2 + 84}$ が整数となるような正の整数 $x$ をすべて求めよ。



$$(1) \vec{OD} = \frac{1}{2} \vec{a}$$

$$\vec{OE} = \frac{3}{5} \vec{OD} + \frac{2}{5} \vec{OB} = \frac{3}{10} \vec{a} + \frac{2}{5} \vec{b}$$

$$\vec{OF} = \frac{3}{4} \vec{OE} + \frac{1}{4} \vec{OC} = \frac{9}{40} \vec{a} + \frac{3}{10} \vec{b} + \frac{1}{4} \vec{c}$$

$\therefore O, F, P$  は同一直線上にあるので

$$\vec{OP} = k \vec{OF} \text{ と表される } \therefore \vec{OP} = \frac{9}{40} k \vec{a} + \frac{3}{10} k \vec{b} + \frac{1}{4} k \vec{c}$$

$$P \text{ は平面 } ABC \text{ 上にあるので, } \frac{9}{40} k + \frac{3}{10} k + \frac{1}{4} k = 1$$

$$\therefore \frac{31}{40} k = 1 \quad \therefore k = \frac{40}{31} \quad \therefore \vec{OP} = \frac{9}{31} \vec{a} + \frac{12}{31} \vec{b} + \frac{10}{31} \vec{c} //$$

(2)  $\sqrt{x^2 + 84} = n$  ( $n$ : 整数) とおくと、

$$x^2 + 84 = n^2 \quad \therefore (n+x)(n-x) = 84 \quad n-x < n+x \text{ より}$$

$$\therefore (n-x, n+x) = (1, 84), (2, 42), (3, 28), (4, 21), (6, 14), (7, 12)$$

このうち、 $n, x$  が整数となるのは、

$$(n-x, n+x) = (2, 42), (6, 14)$$

$$\therefore (n, x) = (22, 20), (10, 4) \quad \therefore x = 20, 4 //$$