

2010年薬学部第3問

3 一辺の長さが $2a$ の正方形 $ABCD$ を底面とする高さ h の正四角錐 $O-ABCD$ がある。ここで、辺 OA , OB , OC , OD の長さはすべて等しい。正四角錐 $O-ABCD$ に内接する球を Q_1 とし、また正四角錐 $O-ABCD$ の4つの側面と Q_1 に接する球を Q_2 とする。以下同様にして球 Q_3, Q_4, \dots, Q_n をつくる。次の問いに答えよ。

- (1) 球 Q_1 の半径 r_1 を求めよ。
- (2) 球 Q_{k+1} の半径 r_{k+1} を球 Q_k の半径 r_k で示せ。
- (3) 球 Q_n の体積を a, h, n で示せ。
- (4) $h = 2\sqrt{2}a$ のとき、球 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ の体積の和を a, n で示せ。