0002034635697999

青山学院大学

2011年 理工A方式 第1問

数理 石井K

1　条件 $0 < a \leqq b$ を満たす整数 a, b に対して

$$f(x) = x(x-a)(x-b) - 5$$

とおく．$f(x)$ は $(x-k)(x^2 + lx + m)$ の形に因数分解されるとする．ただし，k, l, m は整数で，$k > 0$ である．

(1) $km =$ $\boxed{ア}$ 5 である．このとき，k の値は $\boxed{イ}$ 1 または $\boxed{ウ}$ 5 である．ただし，$0 < \boxed{イ} < \boxed{ウ}$ とする．

(2) 条件を満たすような数の組 (a, b, k) は

($\boxed{エ}$ 2, $\boxed{オ}$ 6, $\boxed{カ}$ 1), ($\boxed{キ}$ 4, $\boxed{ク}$ 4, $\boxed{ケ}$ 5), ($\boxed{コ}$ 6, $\boxed{サ}$ 6, $\boxed{シ}$ 5)

である．ただし，$\boxed{エ} < \boxed{キ} < \boxed{コ}$ とする．

(1) $x(x-a)(x-b)-5$ の展開式における定数項は．-5

$(x-k)(x^2+lx+m)$ 〃 $-km$

よって，$\underline{km = 5}$ 〃

k, m は整数で，$k>0$ であるから，$\underline{k=1 \text{ または } k=5}$ 〃

(2) (1)より，

(i) $k=1$ のとき，$m=5$ であり，

$f(x) = (x-1)(x^2+lx+5)$ と表される　∴ $f(x) = x^3 + (l-1)x^2 + (5-l)x - 5$ …①

一方，$f(x) = x(x-a)(x-b) - 5$ より，　$f(x) = x^3 - (a+b)x^2 + abx - 5$ …②

①，②の係数を比較して，$l-1 = -a-b$ …③，$5-l = ab$ …④

③＋④より　$ab - a - b = 4$　∴ $(a-1)(b-1) = 5$

$0 < a \leqq b$ より．$0 \leqq a-1 \leqq b-1$　∴ $a-1=1,\ b-1=5$　∴ $(a,b) = (2,6)$

(ii) $k=5$ のとき，$m=1$ であり，

$f(x) = (x-5)(x^2+lx+1)$　∴ $f(x) = x^3 + (l-5)x^2 + (1-5l)x - 5$ …⑤

②と⑤の係数を比較して．$l-5 = -a-b$ …⑥，$1-5l = ab$ …⑦

⑥×5＋⑦より．$ab - 5a - 5b = -24$　∴ $(a-5)(b-5) = 1$　∴ $(a,b) = (4,4), (6,6)$

(i)，(ii)より．

$(a,b,k) = \underline{(2,6,1), (4,4,5), (6,6,5)}$ 〃