



2016年教育文化（理系）第4問

4  $r > 0$  とするとき、関数  $f_n(x)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を

$$f_1(x) = e^{-rx},$$

$$f_{n+1}(x) = nre^{-(n+1)rx} \int_0^x f_n(t)e^{(n+1)rt} dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。このとき、次の各問に答えよ。

- (1) 関数  $f_2(x)$ ,  $f_3(x)$  を求めよ。
- (2) 関数  $f_n(x)$  を推測し、その推測が正しいことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (3)  $n \geq 3$ ,  $x > 0$  のとき、関数  $f_n(x)$  の極値を求めよ。