



2014年文系第2問

2 2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を以下のように定める.

$$a_1 = a, a_{2n} = a_{2n-1} + d, a_{2n+1} = ra_{2n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_1 = a, b_{2n} = rb_{2n-1}, b_{2n+1} = b_{2n} + d \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ただし, $a \neq 0$, $r \neq 0$, $r \neq 1$ とする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) $a = 3$, $d = 1$, $r = 2$ のとき, b_9 を求めよ.

(2) 数学的帰納法を用いて, すべての自然数 n に対して次が成り立つことを示せ.

$$a_{2n} = ar^{n-1} + \frac{d(r^n - 1)}{r - 1}$$

(3) すべての自然数 n に対して $b_{2n+1} - a_{2n} = \frac{2}{5}ar^n$ が成り立つとき, r の値を求めよ.