

2014年 情報工学部 第4問

4 点Pは次の①, ②, ③の規則に従って数直線上を動く.

- ① 時刻0で, Pは整数座標点0から10のいずれかの位置 i ($0 \leq i \leq 10$)にある.
- ② 時刻 t ($t = 0, 1, 2, \dots$)に位置 i ($1 \leq i \leq 9$)にあるPは, $t+1$ には確率 p ($0 < p < \frac{1}{2}$)で位置 $i+1$ に, 確率 $1-p$ で位置 $i-1$ に移動する.
- ③ 時刻 t に位置0または10にあるPは, $t+1$ にもその位置に留まる.

以下の問いに答えよ.

- (1) Pが時刻0で位置2にあるとき, 時刻3で位置0にある確率を求めよ.
- (2) Pが時刻0で位置1にあるとき, 時刻3で位置0にある確率を求めよ.
時刻0で位置 i にあるPが, いずれかの時刻で位置0に到達する確率を q_i とする. ただし, $q_0 = 1, q_{10} = 0$ である. $1 \leq i \leq 9$ のとき, q_{i+1}, q_i, q_{i-1} の間には $q_i = pq_{i+1} + (1-p)q_{i-1}$ の関係が成り立つ.
- (3) $q_{i+1} - q_i = \square (q_i - q_{i-1})$ である. 空欄に入る適切な数または式を求めよ.
- (4) q_i を q_1 と p を用いて表せ.
- (5) q_1 を求め, q_i を p を用いて表せ.