

2016年情報工学部 第1問

1 座標平面上の曲線 $C: y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) と点 $P(s, t)$ ($s > 0, t > 0, st < 1$) を考える. また, $u = st$ とする. 点 P を通る曲線 C の 2 本の接線をそれぞれ l_1, l_2 とし, これらの接線と曲線 C との接点をそれぞれ $A(a, \frac{1}{a}), B(b, \frac{1}{b})$ とする. ただし, $a < b$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) a, b を s, t を用いて表せ.
- (2) 2点 $E(a, 0), F(b, 0)$ を考える. 台形 $ABFE$ の面積を u を用いて表せ.
- (3) $\triangle PAB$ の面積を u を用いて表せ.
- (4) (3) で求めた $\triangle PAB$ の面積を $S(u)$ とする. $S(u)$ は区間 $0 < u < 1$ で減少することを示せ.
- (5) 点 P が 2点 $(3, 0), (0, 1)$ を結ぶ線分上の端点以外にあるものとする. このとき, $\triangle PAB$ の面積が最小となる点 P の座標を求めよ. また, そのときの面積を求めよ.