杏林大学

2014 年 医学部 第 3 問

$\boxed{3}$ $\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{ヌ}}$，$\boxed{\text{ネ}}$ の解答は解答群の中から最も適当なものを 1 つ選べ．

3 点 A，B，C がそれぞれ x 軸，y 軸，z 軸上にあり，原点 O を頂点に持つ 3 つの三角形 OAB，OBC，OCA の面積の比が $1 : \sqrt{3} : \sqrt{5}$ となっている．三角形 ABC を含む平面を α とする．

(1) 平面 α 上にある点 P の位置ベクトルを $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}} + u\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ と表わすと，$s + t + u = \boxed{\text{ア}}$ が成り立つ．

(2) 4 点 O，A，B，C を通る球面の中心を D とすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}} + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

と表わされる．

直線 OD と平面 α の交点 G は，線分 OD を $\boxed{\text{ク}}$: 1 に内分する．点 G は三角形 ABC の $\boxed{\text{ケ}}$ である．

(3) 原点 O から平面 α に下ろした垂線の足を H とすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}} + \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\overrightarrow{\mathrm{OC}},$$

点 D から平面 α に下ろした垂線の足を E とすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OE}} = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\overrightarrow{\mathrm{OB}} + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

が成り立つ．

点 G は線分 EH を 1 : $\boxed{\text{ニ}}$ に内分する．

点 H は三角形 ABC の $\boxed{\text{ヌ}}$ であり，点 E は三角形 ABC の $\boxed{\text{ネ}}$ である．

$\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{ヌ}}$，$\boxed{\text{ネ}}$ の解答群

① 重心
② 内心
③ 外心
④ 垂心
⑤ 三辺の中点を通る円の中心
⑥ 頂点 A，B における外角の二等分線の交点
⑦ 頂点 B，C における外角の二等分線の交点
⑧ 頂点 A，C における外角の二等分線の交点