

2010年 経済 第1問

1 経済学において、企業とは自社の利益を最大にすることを目標に活動している組織であり、企業の利益は「売上総額 - 生産費用」で計算されると考えられている。

いま、ある企業が1日 x 台（ただし $x \geq 0$ とする）の太陽光パネルを生産している。その1台あたりの販売価格 p 万円および x 台生産するための生産費用 c 万円は、生産台数 x の関数で表され、それぞれ $p = -4x + a$ 、 $c = x^2 + b$ である（ a, b は定数である）。ただし、太陽光パネルの生産台数は工場の生産能力の限界により、1日10台までに制限されている。また、生産した太陽光パネルはその日のうちにすべて売却している。このとき、以下の各問に答えよ。

- (1) この企業の1日あたりの利益 $f(x)$ を生産台数 x の関数で表せ。
 (2) $a = 80, b = 200$ のとき、1日あたりの利益を最大にするための生産台数とそのときの利益を求めよ。
 (3) $a = 150, b = 300$ のとき、1日あたりの利益を最大にするための生産台数とそのときの利益を求めよ。
 (4) $a = 40$ のとき、この企業がどのような生産台数を選んだとしても赤字にならない（選択可能なすべての x に対して、 $f(x) \geq 0$ となる） b の範囲を求めよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad f(x) &= px - c \\ &= (-4x + a)x - (x^2 + b) \\ &= \underline{-5x^2 + ax - b} \quad // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad f(x) &= -5x^2 + 80x - 200 \\ &= -5(x - 8)^2 + 120 \\ \therefore f(x) \text{ は } x = 8 \text{ のとき、} &\underline{\text{最大値 } 120 \text{ をとる}} \quad // \quad \therefore \underline{\text{生産台数 } 8 \text{ 台, 利益 } 120 \text{ 万円}} \quad // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad f(x) &= -5x^2 + 150x - 300 \\ &= -5(x - 15)^2 + 825 \\ 0 \leq x \leq 10 \text{ より、} &x = 10 \text{ のとき、} \underline{\text{最大値 } 700 \text{ をとる}} \quad // \quad \therefore \underline{\text{生産台数 } 10 \text{ 台, 利益 } 700 \text{ 万円}} \quad // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad f(x) &= -5x^2 + 40x - b \\ &= -5(x - 4)^2 + 80 - b \\ \therefore 0 \leq x \leq 10 \text{ において } &f(x) \text{ の} \underline{\text{最小値}} \text{ は } x = 10 \text{ のとき、} -100 - b \end{aligned}$$

$$\therefore -100 - b \geq 0 \text{ より、} \quad \underline{b \leq -100} \quad // \quad \left(\text{注 } b \leq -100 \text{ のとき } x \text{ 台の生産費用が} \right. \\ \left. \text{負の値になってしまうが気にせず解いた} \right)$$