



2016年理系第4問

4 約数, 公約数, 最大公約数を次のように定める.

- 2つの整数  $a, b$  に対して,  $a = bk$  をみたす整数  $k$  が存在するとき,  $b$  は  $a$  の約数であるという.
- 2つの整数に共通の約数をそれらの公約数という.
- 少なくとも一方が0でない2つの整数の公約数の中で最大のものをそれらの最大公約数という.

以下の問に答えよ.

(1)  $a, b, c, p$  は0でない整数で  $a = pb + c$  をみたしているとする.

(i)  $a = 18, b = 30, c = -42, p = 2$  のとき,  $a$  と  $b$  の公約数の集合  $S$ , および  $b$  と  $c$  の公約数の集合  $T$  を求めよ.

(ii)  $a$  と  $b$  の最大公約数を  $M$ ,  $b$  と  $c$  の最大公約数を  $N$  とする.  $M$  と  $N$  は等しいことを示せ. ただし,  $a, b, c, p$  は0でない任意の整数とする.

(2) 自然数の列  $\{a_n\}$  を

$$a_{n+2} = 6a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, \dots), \quad a_1 = 3, \quad a_2 = 4$$

で定める.

(i)  $a_{n+1}$  と  $a_n$  の最大公約数を求めよ.

(ii)  $a_{n+4}$  を  $a_{n+2}$  と  $a_n$  を用いて表せ.

(iii)  $a_{n+2}$  と  $a_n$  の最大公約数を求めよ.