

2013年 第1問

数理  
石井K

1 以下の問いの空欄 ア ~ コ に入れるのに適する数値, 式を解答箇所に記せ. 証明や説明は必要としない.

- (1)  $\sqrt{6+4\sqrt{2}}$  の小数部分を  $a$  とすると,  $a = \text{ア}$ ,  $a^2 - \frac{1}{a^2} = \text{イ}$  となる.
- (2) 2次関数  $y = 3x^2 - 6x + a + 6$  ( $0 \leq x \leq 3$ ) の最小値が 5 となるような定数  $a$  の値は ウ である. また, このとき最大値は エ である. 17
- (3) 0, 1, 2, 3, 4, 5 の 6 個の数字から異なる 3 個の数字を取り出して並べ, 3桁の整数を作るとき, 整数は全部で オ 個, 偶数は全部で カ 個となる. 52
- (4) 円に内接する四角形 ABCD において,  $AB = 5$ ,  $BC = CD = 7$ ,  $DA = 3$  とする.  $\angle BAD = \theta$  とするとき,  $\cos \theta$  は キ, 四角形 ABCD の面積は ク である. 16\sqrt{3}
- (5) 赤いカード 4 枚, 青いカード 3 枚, 合計 7 枚のカードがある. この中から 2 枚のカードを同時に取り出すとき, 2 枚とも赤いカードとなる確率は ケ である. また, 赤いカードを 1 点, 青いカードを 5 点とするとき, 取り出した 2 枚のカードの合計点の期待値は コ である. \frac{38}{7}

(1)  $\sqrt{6+4\sqrt{2}} = \sqrt{6+2\sqrt{8}} = 2+\sqrt{2}$   $3 < 2+\sqrt{2} < 4$  より.  $a = \sqrt{2}-1$   
 $\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$  より.  $a^2 - \frac{1}{a^2} = (\sqrt{2}-1)^2 - (\sqrt{2}+1)^2 = -4\sqrt{2}$

(2)  $y = 3(x-1)^2 + a + 3$   $\therefore$  最小値は  $a+3=5$   $\therefore a=2$   
 最大値は  $x=3$  のとき.  $a+15 = 17$

(3) 整数は.  $5 \times 5 P_2 = 100$  個, 1の位が 0 のものは.  $5 P_2 = 20$  個.

1の位が 2, 4 のものは. それぞれ  $4 \times 4 P_1 = 16$  個  $\therefore$  偶数は  $20+16+16 = 52$  個

(4) 余弦定理より.

$$BD^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cos \theta \quad \dots \textcircled{1}$$

$$BD^2 = 7^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7 \cos (180^\circ - \theta) \quad \dots \textcircled{2}$$

$\cos (180^\circ - \theta) = -\cos \theta$  より.  $\textcircled{1}-\textcircled{2}$  を計算して.  $\cos \theta = -\frac{1}{2}$

$\theta = 120^\circ$  なのて.  $S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ = 16\sqrt{3}$

(5) 2枚とも赤  $\dots \frac{4C_2}{7C_2} = \frac{2}{7}$  (2点)    1枚ずつ  $\dots \frac{4 \cdot 3}{7C_2} = \frac{4}{7}$  (6点)    2枚とも青  $\dots \frac{3C_2}{7C_2} = \frac{1}{7}$  (10点)

よって期待値は.  $2 \times \frac{2}{7} + 6 \times \frac{4}{7} + 10 \times \frac{1}{7} = \frac{38}{7}$

