



2010年理系第2問

2 平面上の四角形OABCについて、 $OA = OB = 1$ 、 $OC = \frac{\sqrt{7}}{3}$  および  $\vec{OC} = \vec{OB} - \frac{2}{3}\vec{OA}$  が成り立っているとする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$  とおく。次の  をうめよ。

$CB =$  ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$   であり、 $\angle AOB$  は  度である。

$t > 0$  とし、直線OA上に点Dを  $\vec{OD} = t\vec{OA}$  となるようにとる。このとき、線分OBと線分CDとの交点をPとおくと、 $t$  を用いて  $\vec{OP} =$    $\vec{b}$  と書ける。

$\triangle OPD$  の重心Gが $\triangle OAB$ の内部または周上にあるような $t$ の範囲は  $0 < t \leq$   である。また、 $\triangle OPD$  の外心をRとおくと、 $\vec{OR} -$    $\vec{OD}$  と  $\vec{a}$  が垂直であり、 $\vec{OR} -$    $\vec{OP}$  と  $\vec{b}$  も垂直であることから、 $t = \frac{1}{3}$  のとき、 $\vec{OR} =$    $\vec{a} +$    $\vec{b}$  であり、 $|\vec{OR}| =$   である。