



2016年理系第1問

1 数列  $\{a_n\}$  と  $\{b_n\}$  は

$$\begin{cases} a_1 = b_1 = 2, \\ a_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{4}a_n - \frac{\sqrt{6}}{4}b_n, \quad b_{n+1} = \frac{\sqrt{6}}{4}a_n + \frac{\sqrt{2}}{4}b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

を満たすものとする。  $a_n$  を実部とし  $b_n$  を虚部とする複素数を  $z_n$  で表すとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $z_{n+1} = wz_n$  を満たす複素数  $w$  と、その絶対値  $|w|$  を求めよ。
- (2) 複素数平面上で、点  $z_{n+1}$  は点  $z_n$  をどのように移動した点であるかを答えよ。
- (3) 数列  $\{a_n\}$  と  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。
- (4) 複素数平面上の3点  $0, z_n, z_{n+1}$  を頂点とする三角形の周と内部を黒く塗りつぶしてできる図形を  $T_n$  とする。このとき、複素数平面上で  $T_1, T_2, \dots, T_n, \dots$  によって黒く塗りつぶされる領域の面積を求めよ。