

2013年文系第3問

3 実数  $x$  に対して、関数  $f(x)$  を

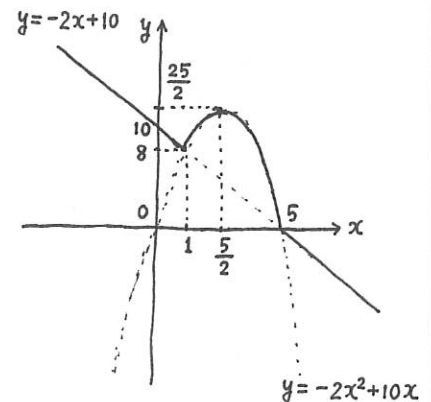
$$f(x) = |x^2 - 6x + 5| - x^2 + 4x + 5$$

とおく。次の問いに答えよ。

(1)  $y = f(x)$  のグラフをかけ。(2)  $0 \leq x \leq 6$  において、 $f(x)$  は  $x = a$  で最大値  $f(a)$  を、 $x = b$  で最小値  $f(b)$  をとる。 $a$ 、 $b$  および  $f(a)$ 、 $f(b)$  を求めよ。(3) (2) で求めた  $a$ 、 $b$  について、定積分  $\int_a^b f(x) dx$  を求めよ。(1)  $x^2 - 6x + 5 = (x-1)(x-5)$  より。

$$x \leq 1, 5 \leq x \text{ のとき } x^2 - 6x + 5 \geq 0 \quad \therefore f(x) = -2x + 10$$

$$1 < x < 5 \text{ のとき } x^2 - 6x + 5 < 0 \quad \therefore f(x) = -2x^2 + 10x \\ = -2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{2}$$

 $\therefore$  右のようになる(2) グラフより、 $a = \frac{5}{2}$ 、 $b = 6$ 、 $f(a) = \frac{25}{2}$ 、 $f(b) = -2$  //

$$(3) \int_a^b f(x) dx = \int_{\frac{5}{2}}^5 -2x^2 + 10x dx + \int_5^6 -2x + 10 dx \\ = \left[ -\frac{2}{3}x^3 + 5x^2 \right]_{\frac{5}{2}}^5 + \left[ -x^2 + 10x \right]_5^6 \\ = -\frac{250}{3} + 125 + \frac{2}{3} \cdot \frac{125}{8} - \frac{125}{4} - 36 + 60 + 25 - 50 \\ = \frac{119}{6} //$$