



2016年理系第1問

1 数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ は

$$\begin{cases} a_1 = b_1 = 2, \\ a_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{4}a_n - \frac{\sqrt{6}}{4}b_n, & b_{n+1} = \frac{\sqrt{6}}{4}a_n + \frac{\sqrt{2}}{4}b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

を満たすものとする。 a_n を実部とし b_n を虚部とする複素数を z_n で表すとき、次の問いに答えよ。

- (1) $z_{n+1} = wz_n$ を満たす複素数 w と、その絶対値 $|w|$ を求めよ。
- (2) 複素数平面上で、点 z_{n+1} は点 z_n をどのように移動した点であるかを答えよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) 複素数平面上の3点 $0, z_n, z_{n+1}$ を頂点とする三角形の周と内部を黒く塗りつぶしてできる図形を T_n とする。このとき、複素数平面上で $T_1, T_2, \dots, T_n, \dots$ によって黒く塗りつぶされる領域の面積を求めよ。