

2015年現代教養第1問

 数理
石井K

1 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、関数 $y = 4\cos^2 \frac{\theta}{2} - \cos 2\theta + 1$ の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの θ の値を求めよ。

半角の公式と倍角の公式より。

$$y = 4 \cdot \frac{1 + \cos \theta}{2} - (2\cos^2 \theta - 1) + 1$$

$$= -2\cos^2 \theta + 2\cos \theta + 4$$

ここで、 $x = \cos \theta$ とおくと、 $0 \leq \theta < 2\pi$ より、 $-1 \leq x \leq 1$

このとき、

$$y = -2x^2 + 2x + 4$$

$$= -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}$$

右のグラフと、 $x = -1 \Leftrightarrow \theta = \pi$

$$x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi \text{ より,}$$

y の最大値は $\frac{9}{2}$ ($\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$ のとき) ,

最小値は 0 ($\theta = \pi$ のとき)

—//

