



2014年第4問

4  $n$  を自然数とする. 1 から  $2n$  までの番号をつけた  $2n$  枚のカードを袋に入れ, よくかき混ぜて  $n$  枚を取り出し, 取り出した  $n$  枚のカードの数字の合計を  $A$ , 残された  $n$  枚のカードの数字の合計を  $B$  とする. このとき, 以下の問に答えよ.

- (1)  $n$  が奇数のとき,  $A$  と  $B$  が等しくないことを示せ.  
 (2)  $n$  が偶数のとき,  $A$  と  $B$  の差は偶数であることを示せ.  
 (3)  $n = 4$  のとき,  $A$  と  $B$  が等しい確率を求めよ.

$$(1) A + B = \sum_{k=1}^{2n} k = \frac{1}{2} \cdot 2n \cdot (2n+1) = n(2n+1)$$

$2n+1$  は奇数なので,  $n$ : 奇数のとき  $A+B$  は奇数  $\therefore A=B$  となることはない  $\square$

$$(2) A - B = (A + B) - 2B \text{ なので, (1) より}$$

$$A - B = n(2n+1) - 2B \quad \therefore n: \text{偶数のとき, } A - B \text{ は偶数}$$

$\therefore A$  と  $B$  の差は偶数  $\square$

$$(3) n = 4 \text{ のとき, (1) より, } A + B = 4 \cdot 9 = 36 \quad A = B \text{ のとき } A = 18$$

取り出した 4 枚を  $a_1, a_2, a_3, a_4$  ( $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$  とする) とすると,

$$(a_1, a_2, a_3, a_4) = (1, 2, 3, \cancel{12}) \dots a_4 = 12 \text{ は } \cancel{9} \times \quad \rightarrow (1 \leq a_i \leq 8)$$

$$= (1, 2, 7, 8), (1, 3, 6, 8), (1, 4, 5, 8), (1, 4, 6, 7)$$

$$(2, 3, 5, 8), (2, 3, 6, 7), (2, 4, 5, 7), (3, 4, 5, 6)$$

の 8通り.

$$\therefore \frac{8}{8C4} = \frac{8}{70} = \frac{4}{35} //$$