

2016年経済第2問

2 座標平面上の原点  $O$  と 2 次関数  $f(x) = -x^2 + ax$  を考える。ただし、 $a$  は正の定数である。以下の問題に答えよ。

- (1)  $y_1 = -x^2 + x$ ,  $y_2 = -x^2 + 2x$  とする。  $\frac{y_2}{y_1} > 0$  となる  $x$  の値の範囲を求めよ。また、次の式を満たす  $x$  の値を求めよ。

$$\log_2 \left( \frac{y_2}{y_1} \right) = 2$$

- (2) 積分  $\int_0^1 |f(x)| dx$  の値を  $a$  を用いて表せ。また、この値が最小となるときの  $a$  の値を求めよ。
- (3)  $a = \frac{5}{4}$  とする。関数  $y = f(x)$  のグラフで  $x \geq 0$  を満たす部分を曲線  $C$  とする。曲線  $C$  上の 2 点を  $P(p, f(p))$ ,  $Q(p+1, f(p+1))$  とし、点  $P$ ,  $Q$  から  $x$  軸へ下ろした各々の垂線を  $PP'$ ,  $QQ'$  とする。ただし、 $p$  は  $0 < p < \frac{1}{4}$  または  $\frac{1}{4} < p < 1$  を満たす。点  $P$ ,  $P'$ ,  $Q$ ,  $Q'$  を結ぶ図形が平行四辺形となる時、 $p$  の値を求めよ。