

2012年医学部第1問

1 関数  $f(x) = 1 + \sin x + \sin^2 x$  ( $0 \leq x \leq 2\pi$ ) を考える。以下の問いに答えよ。

(1)  $y = f(x)$  の増減表を作成し、極値を求めよ。

(2)  $x = \frac{5}{12}\pi$  のとき、和  $\sin x + \cos x$  と積  $\sin x \cos x$  の値をそれぞれ求めよ。

(3) 次の不等式 (i), (ii) がそれぞれ成り立つことを証明せよ。また、等号がいつ成立するか。それぞれ調べよ。

(i)  $f(x) \geq \sin x(1 + \sqrt{2} + \cos x)$  ( $0 \leq x \leq \pi$ )

(ii)  $(\sin x + \cos x) \left( \frac{7}{4} - \sin x \cos x \right) \leq \left( \frac{3}{2} \right)^{\frac{3}{2}}$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ )