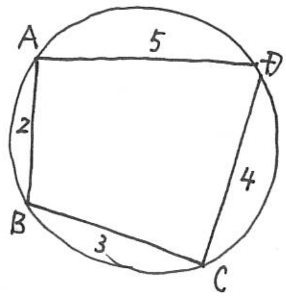
0002003636997999

自治医科大学

2015年 医学部 第7問

数理 石井K

$\boxed{7}$ 四角形ABCDは，円に内接する．各辺は，それぞれ，AB = 2，BC = 3，CD = 4，DA = 5であるとする．四角形ABCDの面積を S とするとき，$\dfrac{S}{\sqrt{30}}$ の値を求めよ．



$\angle ABC = \theta$ とおくと．四角形ABCDが円に内接することより．

$\angle CDA = 180^\circ - \theta$ ∴ 余弦定理より

$AC^2 = 2^2 + 3^2 - 2\cdot 2\cdot 3\cos\theta \cdots ①$

$AC^2 = 4^2 + 5^2 - 2\cdot 4\cdot 5\cos(180^\circ - \theta) \cdots ②$

①と②から $\cos\theta$ を消去すると． $13AC^2 = 253$

$\therefore AC = \sqrt{\dfrac{253}{13}}$

これを再び①に代入して． $\cos\theta = -\dfrac{7}{13}$

$\sin\theta > 0$ より． $\sin\theta = \dfrac{2\sqrt{30}}{13}$

$\therefore S = \dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot 3\cdot \dfrac{2\sqrt{30}}{13} + \dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\cdot \dfrac{2\sqrt{30}}{13}$

$= 2\sqrt{30}$

$\therefore \dfrac{S}{\sqrt{30}} = \underline{2}$ //