倉敷芸術科学大学

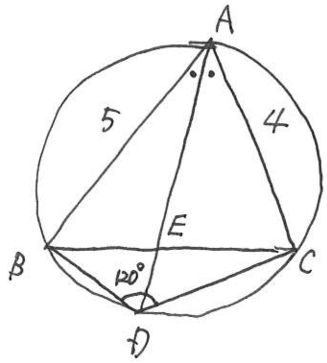
2013 年 第 6 問

6 △ABCの∠Aの二等分線と△ABCの外接円との交点をDとし，辺BCと辺ADの交点をEとするとき，次の問いに答えよ．ただし，AB＝5，AC＝4，∠BDC＝120° とする．

(1) 辺BD，BCのそれぞれの長さを求めよ．

(2) △ABCの内接円の半径を求めよ．

(3) △ABCの外接円の半径を求めよ．



(1) 四角形ABDCは円に内接しているので

$\angle A = 60^\circ$

∴ 余弦定理より $BC^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ$

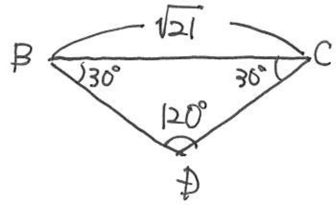
$= 21$

∴ $BC = \sqrt{21}$ //

$\angle BAD = \angle DAC = 30^\circ$ と 同じ弧に対する円周角は等しいことより

$\angle BCD = \angle DBC = 30^\circ$

∴ $BD = \dfrac{\sqrt{21}}{2} \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{7}$ //



(2) △ABCの面積Sは， $S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}$

∴ 内接円の半径をrとおくと， $S = \frac{1}{2}(4 + 5 + \sqrt{21}) \cdot r$

∴ $\dfrac{9+\sqrt{21}}{2} r = 5\sqrt{3}$ ∴ $r = \dfrac{3\sqrt{3} - \sqrt{7}}{2}$ //

(3) 正弦定理より

$\dfrac{BC}{\sin A} = 2R$ ∴ $R = \dfrac{\sqrt{21}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{7}$ //